


Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный аграрный университет»

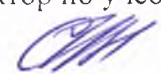
СОГЛАСОВАНО

Ответственный секретарь ПК


_____ Е.П. Чугузов
подпись
« 4 » февраля _____ 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе


_____ С.И. Завалишин
подпись
« 4 » февраля _____ 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки
Государственное и муниципальное управление

Уровень подготовки – бакалавриат

Форма обучения – очная, очно-заочная

Барнаул 2022

Рабочая программа вступительного испытания «Прикладная математика» разработана для приема на обучение по программам бакалавриата на базе среднего профессионального образования в Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный аграрный университет».

Рассмотрена на заседании приемной комиссии, протокол № 1 от 18.01.2022 г.

Составители:
к.п.н., доцент
к.ф.-м.н., доцент



М.В. Кокшарова,
С.В. Морозова

Оглавление

1. Цель и задачи.....	4
2. Планируемые результаты при самостоятельном обучении (изучении)	4
3. Тематический план	5
4. Ресурсное обеспечение.....	9
5. Методические указания для поступающих по освоению программы испытания (пример с тестовых заданий и ответами, которые могут быть предоставлены при тестировании, с пояснениями для решения).....	10

1. Цель и задачи

Цель: определение уровня математических знаний абитуриентов.

Задачи:

выявление и отбор кандидатов на обучение, имеющих соответствующий уровень теоретических знаний по математике и умение применять их на практике при решении задач (заданий), а также способных успешно обучаться по образовательным программам, реализуемым в вузе.

2. Планируемые результаты при самостоятельном обучении (изучении)

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют уровню математики среднего общего образования и профессионального образования.

Абитуриент должен знать:

основные теоретические вопросы по арифметике и алгебре, началам математического анализа; основные геометрические теоремы, понятия и факты; простейшие понятия теории вероятности.

Абитуриент должен уметь:

производить (без калькулятора) арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей;

проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;

решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним (сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции);

решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;

использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач;

использовать производную для исследования различных алгебраических функций;

находить вероятности случайных событий в простейших случаях.

Абитуриент должен владеть:

способностью понимать и пользоваться математической терминологией; определять смысл, содержание предложенной задачи; наметить логику, этапы решения поставленной задачи; соответствующей техникой, способами решения; анализировать, интерпретировать полученные результаты.

3. Тематический план

Наименование темы	Изучаемые вопросы
Алгебра	1. Числа, корни и степени
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Целые числа. 2. Степень с натуральным показателем. 3. Дроби, проценты, рациональные числа. 4. Степень с целым показателем. 5. Корень степени $n > 1$ и его свойства. 6. Степень с рациональным показателем и ее свойства. 7. Свойства степени с действительным показателем.
	2. Основы тригонометрии
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. 2. Радианная мера угла. 3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. 4. Основные тригонометрические тождества. 5. Формулы приведения. 6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. 7. Синус и косинус двойного угла.
	3. Логарифмы
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Логарифм числа. 2. Логарифм произведения, частного, степени. 3. Десятичный и натуральный логарифмы, число e.
	4. Преобразования выражений
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции. 2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. 3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. 4. Преобразования тригонометрических выражений. 5. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. 6. Модуль (абсолютная величина) числа.

Уравнения и неравенства	1. Уравнения
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Квадратные уравнения. 2. Рациональные уравнения. 3. Иррациональные уравнения. 4. Тригонометрические уравнения. 5. Показательные уравнения. 6. Логарифмические уравнения. 7. Равносильность уравнений, систем уравнений. 8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. 9. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. 10. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. 11. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. 12. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.
	2. Неравенства
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Квадратные неравенства. 2. Рациональные неравенства. 3. Показательные неравенства. 4. Логарифмические неравенства. 5. Системы линейных неравенств. 6. Системы неравенств с одной переменной. 7. Равносильность неравенств, систем неравенств. 8. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. 9. Метод интервалов. 10. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.
Функции	1. Определение и график функции
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Функция, область определения функции. 2. Множество значений функции. 3. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. 4. Обратная функция. График обратной функции. 5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.
	2. Элементарное исследование функций
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. 2. Четность и нечетность функции. 3. Периодичность функции. 4. Ограниченность функции. 5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. 6. Наибольшее и наименьшее значения функции.

	<p style="text-align: center;">3. Основные элементарные функции</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Линейная функция, ее график. 2. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график. 3. Квадратичная функция, ее график. 4. Степенная функция с натуральным показателем, ее график. 5. Тригонометрические функции, их графики. 6. Показательная функция, ее график. 7. Логарифмическая функция, ее график.
Начала математического анализа	<p style="text-align: center;">1. Производная</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. 2. Экономический смысл производной. 3. Уравнение касательной к графику функции. 4. Производные суммы, разности, произведения, частного. 5. Производные основных элементарных функций. 6. Приложение второй производной при решении экономических задач.
	<p style="text-align: center;">2. Исследование функций</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. 2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах.
	<p style="text-align: center;">3. Первообразная и интеграл</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Первообразные элементарных функций. 2. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.
Геометрия	<p style="text-align: center;">1. Планиметрия</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Треугольник. 2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. 3. Трапеция. 4. Окружность и круг. 5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. 6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. 7. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.
	<p style="text-align: center;">2. Прямые и плоскости в пространстве</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. 2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. 3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. 4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах. 5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. 6. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

	<p style="text-align: center;">3. Многогранники</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. 2. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. 3. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. 4. Сечения куба, призмы, пирамиды. 5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
	<p style="text-align: center;">4. Тела и поверхности вращения</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. 2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка 3. Шар и сфера, их сечения.
	<p style="text-align: center;">5. Измерение геометрических величин</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. 2. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. 3. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. 4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. 5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. 6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. 7. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.
	<p style="text-align: center;">6. Координаты и векторы</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. 2. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. 3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. 4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. 5. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам. 6. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.
<p style="text-align: center;">Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</p>	<p style="text-align: center;">1. Элементы комбинаторики</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поочередный и одновременный выбор. 2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.
	<p style="text-align: center;">2. Элементы статистики</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Табличное и графическое представление данных. 2. Числовые характеристики рядов данных.
	<p style="text-align: center;">3. Элементы теории вероятностей</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вероятности событий. 2. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

4. Ресурсное обеспечение

Любые учебники по математике для учащихся, входящие в ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего, среднего профессионального образования.

Сайты:

<https://alexlarin.net/>

<https://mathb-ege.sdangia.ru/>

<https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/>

Книги:

1. ЕГЭ 2020. Математика. Базовый уровень. 10 вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. Типовые тестовые задания -М., 2020. -64 с.

2. ЕГЭ 2020. Математика. 14 типовых вариантов заданий. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В. -М., 2020. -80 с.

3. ЕГЭ 2020. Математика. 36 типовых вариантов заданий. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В. -М., 2020. -192 с.

4. ЕГЭ 2020. Математика. 50 типовых вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. _Базовый уровень -М., 2020. — 264 с.

5. Математика. Подготовка к ЕГЭ 2020. Базовый уровень. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -272 с.

6. ЕГЭ 2020. Математика. Тренировочные варианты. Мирошин В.В. _Базовый уровень -М., 2019. -192 с.

7. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 10 вариантов заданий. Ященко И.В. и др.. Типовые тестовые задания -М., 2020. -64 с.

8. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 14 типовых вариантов заданий. Ященко И.В. и др. -М., 2020. -72 с.

9. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 20 вариантов. Тематическая рабочая тетрадь. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -296 с.

10. ЕГЭ 2020. Математика. 36 вариантов. Профильный уровень. Типовые экзаменационные задания. Ященко И.В. и др. -М., 2020. -168 с.

11. ЕГЭ 2020. Математика. 50 типовых вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. _Профильный уровень М.: 2020. — 232 с.

12. ЕГЭ 2020. Математика. 4000 задач с ответами. Все задания «Закрытый сегмент». Под ред. Ященко И.В. _Базовый и профильный уровни -М., 2020. -704 с.

13. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2020 г. Профильный уровень. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -240 с.

14. ЕГЭ 2020. Математика. 100 баллов. Профильный уровень. Практическое руководство. Ерина Т.М. -М., 2020. -352 с.

15. ЕГЭ 2020. Математика. Эксперт. Профильный уровень. Лаппо Л.Д., Попов М.А. -М., 2020. -336 с.

16. ЕГЭ 2020. Математика. Решение задач. Мирошин В.В., Рязановский А.П. _Профильный уровень -М., 2019. -496 с.

17. ЕГЭ 2020. Математика. 1000 задач с ответами и решениями. Все задания части 2. Сергеев И.Н., Панферов В.С. _Профильный уровень -М., 2020. -336 с.

18. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. Задания с развернутым ответом. Садовничий Ю. В. -М., 2020. -656 с.

Здесь можно посмотреть содержание книг:

<https://may.alleng.org/edu/math3.htm>

<https://co8a.me/posobege2020/>

5. Методические указания для поступающих по освоению программы испытания (пример тестовых заданий с ответами, которые могут быть предоставлены при тестировании, с пояснениями для решения)

Вступительное испытание по математике проводится для абитуриентов в форме тестирования. Тест состоит из двух частей, содержащих 20 заданий, проверяющих знания по математике в соответствии с ФГОС основного общего образования (5 – 9 кл.), ФГОС среднего общего образования (10 – 11 кл.), ФГОС среднего профессионального образования.

Часть 1 состоит из десяти заданий. Эта часть экзаменационной работы относится к типу заданий с выбором правильного ответа из четырёх предложенных. В ответе на задания части 1 указывается только номер выбранного ответа.

Часть 2 состоит из десяти заданий, предусматривающих решение задачи и получение числового ответа, который необходимо ввести. Примеры задания №3 части 2 приведены отдельно в конце.

Пример тестовых заданий (Решение заданий частей 1 и 2 приведены ниже).

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 необходимо выбрать правильный вариант ответа

А1. Найдите значение выражения $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4}$.

- 1) -5 2) 5 3) 5,75 4) $6\frac{1}{3}$

А2. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$

- 1) 25 2) 125 3) 5 4) $125^{0,1152}$

А3. Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 80 рублей за одну штуку и продаёт с наценкой 60%. Сколько рублей будут стоить 2 такие погремушки, купленные в этом магазине?

- 1) 128 2) 96 3) 280 4) 256

А4. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 7$, $b = 10$ и $c = 11$.

- 1) 0,4 2) $\frac{3}{35}$ 3) 0,2 4) 2

А5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}}$

- 1) 1 2) 0,5 3) 0,74 4) 0

А6. Для ремонта требуется купить 23 лампочки. Каждая лампочка стоит 37 рублей. Сколько рублей сдачи получит покупатель, давший кассиру 1000 рублей за такую покупку?

- 1) 1,18 2) 4 3) 940 4) 149

А7. Найдите корень уравнения $36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

- 1) 2) 2) 7) 3) 4,5) 4) 3)

A8. Квартира состоит из комнаты, кухни, коридора и санузла. Кухня имеет размеры 3 м на 3,5 м, санузел — 1 на 1,5 м, длина коридора — 5,5 м. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.

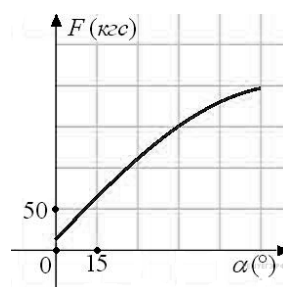
- 1) 14,5) 2) 14) 3) 11,56) 4) 19,25)



A9. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

- 1) 0,98) 2) 0,80) 3) 0,2) 4) 0,99)

A10. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



- 1) 45) 2) 15) 3) 50) 4) 75)

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий В1 – В10 (кроме В3) введите полученное число. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

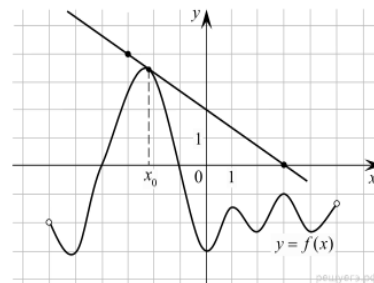
Должно получиться только одно число.

В1. Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

В2. Найдите значение выражения $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.

В3. Нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Примеры задания приведены отдельно после решений других заданий.

В4. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Найдите значение производной функции $g(x) = 6f(x) - 3x$ в точке x_0 .



В5. Найдите корень уравнения $\frac{6}{x^2 + 2} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

В6. Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

В7. Найдите значение выражения $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

В8. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

В9. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.

В10. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AA_1 , точка L — середина ребра $A_1 D_1$, точка M — середина ребра $A_1 B_1$. Найдите угол MLK . Ответ дайте в градусах.

Решение

ЧАСТЬ 1

A1. Найдите значение выражения $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4}$.

Решение. Найдём значение выражения: $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4} = -\frac{4 \cdot 33}{11 \cdot 16} + 5\frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + 5\frac{3}{4} = 5$.

Ответ: 5.

A2. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$

Решение. Выполним преобразования: $5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36+2 \cdot 0,32} = 5^1 = 5$.

Ответ: 5.

A3. Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 80 рублей за одну штуку и продаёт с наценкой 60%. Сколько рублей будут стоить 2 такие погремушки, купленные в этом магазине?

Решение. Одна погремушка в этом магазине будет стоить $80 \cdot 1,6 = 128$ рублей. Значит, две погремушки будут стоить $128 \cdot 2 = 256$ рублей.

Ответ: 256.

A4. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a, b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 7, b = 10$ и $c = 11$.

Решение. Подставим переменные в формулу:

$$\cos \gamma = \frac{7^2 + 10^2 - 11^2}{2 \cdot 7 \cdot 10} = \frac{49 + 100 - 121}{140} = \frac{28}{140} = 0,2.$$

Ответ: 0,2

A5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}}$

Решение. Найдём значение выражения: $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 35}{7 \cdot 55}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 11 \cdot 5}} = \sqrt{1} = 1$.

Ответ: 1.

А6. Для ремонта требуется купить 23 лампочки. Каждая лампочка стоит 37 рублей. Сколько рублей сдачи получит покупатель, давший кассиру 1000 рублей за такую покупку?

Решение. Цена покупки составит $23 \cdot 37 = 851$ руб., сдача составит 149 руб.

Ответ: 149.

А7. Найдите корень уравнения $36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

Решение. Перейдем к одному основанию степени:

$$36^{x-5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6^{2(x-5)} = 6^{-1} \Leftrightarrow 2x - 10 = -1 \Leftrightarrow x = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

А8. Квартира состоит из комнаты, кухни, коридора и санузла. Кухня имеет размеры 3 м на 3,5 м, санузел — 1 на 1,5 м, длина коридора — 5,5 м. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.

Решение. Найдём площадь всей квартиры: $S_{\text{квар}} = 4,5 \cdot 7 = 31,5$.

Найдём площадь комнаты:

$$S_{\text{комн}} = 31,5 - (3 \cdot 3,5 + 1,5 + 5,5) = 31,5 - 17,5 = 14.$$

Ответ: 14.

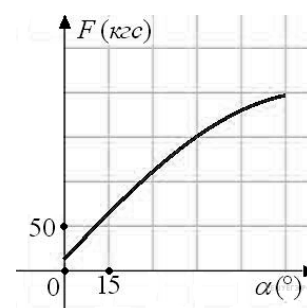
А9. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Решение. Пусть завод произвел n тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,9n + 0,2 \cdot 0,1n = 0,92n$ тарелок. Поскольку качественных из них $0,9n$, вероятность купить качественную тарелку равна

$$\frac{0,9n}{0,92n} = \frac{90}{92} \approx 0,98.$$

Ответ: 0,98.

А10. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



Решение. Из графика видно, что сила натяжения достигает 150 кгс при угле наклона 45 градусов.

Ответ: 45.

ЧАСТЬ 2

В1. Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x} \Leftrightarrow \frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0,4 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{3+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^1 \Leftrightarrow 3+x=1 \Leftrightarrow x=-2.$$

Ответ: -2.

В2. Найдите значение выражения

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3},$$

если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.

Решение.

Способ 1: $\operatorname{tg} \alpha = -2,5 \Leftrightarrow \sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$. Тогда:

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 \cos \alpha - 10 \cos \alpha + 15}{-5 \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{15}{3} = 5.$$

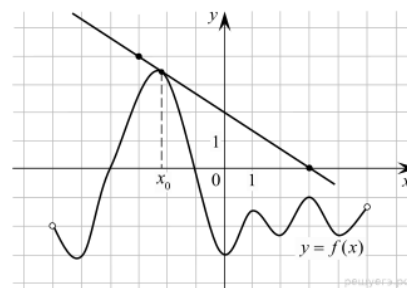
Способ 2: Поделим числитель и знаменатель дроби на $\cos \alpha$:

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 + 4 \operatorname{tg} \alpha + \frac{15}{\cos \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha + 5 + \frac{3}{\cos \alpha}} = \frac{10 - 10 + \frac{15}{\cos \alpha}}{-5 + 5 + \frac{3}{\cos \alpha}} = 5.$$

Ответ: 5.

В3. Решения задания приведены в конце после решений других заданий.

В4. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Найдите значение производной функции $g(x) = 6f(x) - 3x$ в точке x_0 .



Решение.

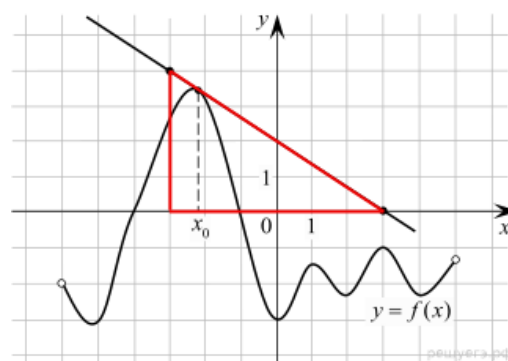
Найдём производную функции $g(x)$: $g'(x) = 6 \cdot f'(x) - 3$.

По рисунку найдём значение $f'(x_0)$. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который, в свою очередь, равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Поэтому $f'(x_0) = -\frac{2}{3}$.

Тогда для искомого значения получаем

$$g'(x_0) = 6 \cdot f'(x_0) - 3 = 6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 3 = -7.$$

Ответ: -7.



В5. Найдите корень уравнения $\frac{6}{x^2+2} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

Последовательно получаем: $\frac{6}{x^2+2} = 1 \Leftrightarrow x^2+2=6 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=-2. \end{cases}$

Ответ: 2.

В6. Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

Решение.

Выполним преобразования: $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180 - 17)^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{-5 \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5$.

Ответ: -5.

В7. Найдите значение выражения $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

Решение.

Выполним преобразования: $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{1/2} 2^2 = -1 - 2 = -3$.

Ответ: -3.

В8. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

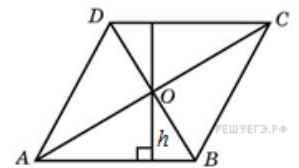
К моменту первого обгона мотоциклист за 10 минут проехал столько же, сколько велосипедист за 40 минут, следовательно, его скорость в 4 раза больше. Поэтому, если скорость велосипедиста принять за x км/час, то скорость мотоциклиста будет равна $4x$, а скорость их сближения — $3x$ км/час.

С другой стороны, второй раз мотоциклист догнал велосипедиста за 30 минут, за это время он проехал на 30 км больше. Следовательно, скорость их сближения составляет 60 км/час.

Итак, $3x = 60$ км/час, откуда скорость велосипедиста равна 20 км/час, а скорость мотоциклиста равна 80 км/час.

Ответ: 80.

В9. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



Решение.

Заметим, что сторона ромба равна 50. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Пусть $OB = 3x$, тогда $AO = 4x$. По теореме Пифагора $AO^2 + OB^2 = AB^2$, поэтому $25x^2 = 2500$, откуда $x = 10$. Тогда для высоты

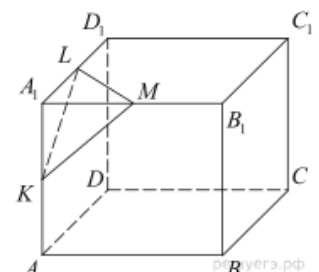
треугольника AOB имеем $h = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = \frac{12x}{5} = \frac{12 \cdot 10}{5} = 24$.

Следовательно, высота ромба равна $2h = 48$.

Ответ: 48.

В10. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AA_1 , точка L — середина ребра $A_1 D_1$, точка M — середина ребра $A_1 B_1$. Найдите угол MLK . Ответ дайте в градусах.

Решение.



Стороны сечения KM , KL , и LM равны как гипотенузы равных прямоугольных треугольников A_1KM , KLA_1 , и LA_1M , которые равны друг другу по двум катетам. Таким образом, треугольник LKM является равносторонним. Поэтому угол MLK равен 60° .

Ответ: 60.

Задание В3

Пример 1. Дана функция полезности $u = x + 2\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением ...

- 1) $2x\sqrt{y} = C$ 2) $\frac{x}{2\sqrt{y}} = C$ 3) $1 + \frac{1}{\sqrt{y}} = C$ 4) $x + 2\sqrt{y} = C$

Решение: Кривая безразличия – это множество точек $\{x, y\}$, для которых функция полезности константа. То есть, $x + 2\sqrt{y} = C$

Ответ: 4) $x + 2\sqrt{y} = C$

Пример 2. Дана мультипликативная производственная функция $1,281K^{0,54}L^{0,48}$. Тогда коэффициент эластичности по капиталу равен...

- 1) 0,54 2) 0,48 3) 1,02 4) 1,281

Решение: Коэффициент эластичности по капиталу вычисляется по формуле $E_K = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{Y}{K}}$. Тогда $E_K = \frac{1,281 \cdot 0,54 \cdot K^{-0,46} \cdot L^{0,48}}{1,281 \cdot K^{-0,46} \cdot L^{0,48}} = 0,54$

Ответ: 1)

Пример 3. Производственная функция задается как $Y=3,4K^{0,5}L^{0,5}$, где K -капитал, L -труд. Тогда предельный продукт труда $\frac{\partial Y}{\partial L}$ при $K=60$, $L=960$ равен...

- 1) 0,425 2) 6,8 3) 0,25 4) 0,0625

Решение: Предельный продукт труда вычисляется по формуле $M_L = \frac{\partial Y}{\partial L}$. Тогда $M_L = 3,4 \cdot 0,5 \cdot K^{0,5} \cdot L^{-0,5} = 1,7 \sqrt{\frac{K}{L}}$. Подставим $K=60$, $L=960$, тогда $M_L = 1,7 \sqrt{\frac{60}{960}} = \frac{1,7}{4} = 0,425$

Ответ: 1)

Пример 4. Даны функции спроса $q = \frac{p+10}{p+1}$ и предложения $s=2p+3,5$, где p -цена товара. Тогда равновесная цена равна...

- 1) 5,5 2) 1 3) 16,5 4) 10

Решение: Равновесная цена – это такое значение переменной p , при котором спрос равен предложению, то есть $q=p$, значит нужно решить уравнение $\frac{p+10}{p+1} = 2p + 3,5$. После преобразования получим квадратное уравнение $2p^2 + 4,5p - 6,5 = 0$, его корни $p=1$ и $p=-3,25$ (не подходит), значит равновесная цена равна 1.

Ответ: 2)

Пример 5. Даны функции спроса $q = \frac{p+10}{p+1}$ и предложения $s=2p+3,5$, где p -цена товара. Тогда равновесный объем «спроса-предложения» ($q=s$) равен...

- 1) 16,5 2) 1 3) 5,5 4) 10

Решение: Вычислим сначала равновесную цену $p=1$ (см. предыдущий пример), а затем подставим $p=1$ в функцию спроса (или предложения), тогда равновесный объем равен $\frac{1+10}{1+1} = \frac{11}{2} = 5,5$.

Ответ: 3)

Пример 6. Мультипликативная производственная функция имеет вид $X = 0,6K^{0,3}L^{0,8}$, где K – капитал, L – труд. Тогда увеличение объема капитала на 1% приведет к увеличению валового выпуска на...

- 1) 0,6% 2) 0,3% 3) 0,8% 4) 1,1%

Решение: Экономически коэффициент эластичности по капиталу $E_K = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{Y}{K}}$, $E_K = \frac{0,6 \cdot 0,3 \cdot K^{-0,7} \cdot L^{0,8}}{0,6 \cdot K^{-0,7} \cdot L^{0,8}} = 0,3$, и показывает, что при изменении стоимости основных фондов на 1%. выпуск продукции возрастет 0,3%.

Ответ: 2)

Пример 7. Зависимость между издержками производства C и объемом продукции Q выражается функцией $C = 50Q - 0,08Q^4$. Тогда предельные издержки $\frac{\partial C}{\partial Q}$ при объеме производства $Q = 5$ равны...

- 1) 50 2) 4 3) 200 4) 10

Решение: Функция предельных издержек выражается производной $C'(Q) = (50Q - 0,08Q^4)' = 50 - 0,32Q^3$. Найдем $C'(5) = 50 - 0,32 \cdot 5^3 = 10$.

Ответ: 4)