


Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Алтайский государственный аграрный университет»

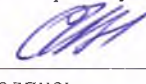
СОГЛАСОВАНО

Ответственный секретарь ПК

  
\_\_\_\_\_ Е.П. Чугузов  
подпись  
« 4 » февраля \_\_\_\_\_ 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе

  
\_\_\_\_\_ С.И. Завалишин  
подпись  
« 4 » февраля \_\_\_\_\_ 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки  
**Экономика**

Уровень подготовки – бакалавриат

Форма обучения – очная, очно-заочная

Барнаул 2022

Рабочая программа вступительного испытания «Прикладная математика» разработана для приема на обучение по программам бакалавриата на базе среднего профессионального образования в Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный аграрный университет».

Рассмотрена на заседании приемной комиссии, протокол № 1 от 18.01.2022 г.

Составители:  
к.п.н., доцент  
к.ф.-м.н., доцент

М.В. Кокшарова,  
С.В. Морозова

## Оглавление

1. Цель и задачи.....	4
2. Планируемые результаты при самостоятельном обучении (изучении) .....	4
3. Тематический план .....	5
4. Ресурсное обеспечение.....	9
5. Методические указания для поступающих по освоению программы испытания (пример с тестовых заданий и ответами, которые могут быть предоставлены при тестировании, с пояснениями для решения).....	10

## 1. Цель и задачи

**Цель:** определение уровня математических знаний абитуриентов.

**Задачи:**

выявление и отбор кандидатов на обучение, имеющих соответствующий уровень теоретических знаний по математике и умение применять их на практике при решении задач (заданий), а также способных успешно обучаться по образовательным программам, реализуемым в вузе.

## 2. Планируемые результаты при самостоятельном обучении (изучении)

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют уровню математики среднего общего образования и профессионального образования.

**Абитуриент должен знать:**

основные теоретические вопросы по арифметике и алгебре, началам математического анализа; основные геометрические теоремы, понятия и факты; простейшие понятия теории вероятности.

**Абитуриент должен уметь:**

производить (без калькулятора) арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей;

проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;

решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним (сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции);

решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;

использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач;

использовать производную для исследования различных алгебраических функций;

находить вероятности случайных событий в простейших случаях.

**Абитуриент должен владеть:**

способностью понимать и пользоваться математической терминологией; определять смысл, содержание предложенной задачи; наметить логику, этапы решения поставленной задачи; соответствующей техникой, способами решения; анализировать, интерпретировать полученные результаты.

### 3. Тематический план

Наименование темы	Изучаемые вопросы
Алгебра	<p style="text-align: center;"><b>1. Числа, корни и степени</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Целые числа.</li> <li>2. Степень с натуральным показателем.</li> <li>3. Дроби, проценты, рациональные числа.</li> <li>4. Степень с целым показателем.</li> <li>5. Корень степени <math>n &gt; 1</math> и его свойства.</li> <li>6. Степень с рациональным показателем и ее свойства.</li> <li>7. Свойства степени с действительным показателем.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>2. Основы тригонометрии</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.</li> <li>2. Радианная мера угла.</li> <li>3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.</li> <li>4. Основные тригонометрические тождества.</li> <li>5. Формулы приведения.</li> <li>6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.</li> <li>7. Синус и косинус двойного угла.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>3. Логарифмы</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Логарифм числа.</li> <li>2. Логарифм произведения, частного, степени.</li> <li>3. Десятичный и натуральный логарифмы, число <math>e</math>.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>4. Преобразования выражений</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.</li> <li>2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.</li> <li>3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.</li> <li>4. Преобразования тригонометрических выражений.</li> <li>5. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.</li> <li>6. Модуль (абсолютная величина) числа.</li> </ol>

<b>Уравнения и неравенства</b>	<b><i>1. Уравнения</i></b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Квадратные уравнения.</li> <li>2. Рациональные уравнения.</li> <li>3. Иррациональные уравнения.</li> <li>4. Тригонометрические уравнения.</li> <li>5. Показательные уравнения.</li> <li>6. Логарифмические уравнения.</li> <li>7. Равносильность уравнений, систем уравнений.</li> <li>8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.</li> <li>9. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.</li> <li>10. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений.</li> <li>11. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.</li> <li>12. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.</li> </ol>
	<b><i>2. Неравенства</i></b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Квадратные неравенства.</li> <li>2. Рациональные неравенства.</li> <li>3. Показательные неравенства.</li> <li>4. Логарифмические неравенства.</li> <li>5. Системы линейных неравенств.</li> <li>6. Системы неравенств с одной переменной.</li> <li>7. Равносильность неравенств, систем неравенств.</li> <li>8. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств.</li> <li>9. Метод интервалов.</li> <li>10. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.</li> </ol>
<b>Функции</b>	<b><i>1. Определение и график функции</i></b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Функция, область определения функции.</li> <li>2. Множество значений функции.</li> <li>3. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.</li> <li>4. Обратная функция. График обратной функции.</li> <li>5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.</li> </ol>
	<b><i>2. Элементарное исследование функций</i></b>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.</li> <li>2. Четность и нечетность функции.</li> <li>3. Периодичность функции.</li> <li>4. Ограниченность функции.</li> <li>5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.</li> <li>6. Наибольшее и наименьшее значения функции.</li> </ol>

	<p style="text-align: center;"><b>3. Основные элементарные функции</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Линейная функция, ее график.</li> <li>2. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график.</li> <li>3. Квадратичная функция, ее график.</li> <li>4. Степенная функция с натуральным показателем, ее график.</li> <li>5. Тригонометрические функции, их графики.</li> <li>6. Показательная функция, ее график.</li> <li>7. Логарифмическая функция, ее график.</li> </ol>
<b>Начала математического анализа</b>	<p style="text-align: center;"><b>1. Производная</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.</li> <li>2. Экономический смысл производной.</li> <li>3. Уравнение касательной к графику функции.</li> <li>4. Производные суммы, разности, произведения, частного.</li> <li>5. Производные основных элементарных функций.</li> <li>6. Приложение второй производной при решении экономических задач.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>2. Исследование функций</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.</li> <li>2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>3. Первообразная и интеграл</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Первообразные элементарных функций.</li> <li>2. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.</li> </ol>
<b>Геометрия</b>	<p style="text-align: center;"><b>1. Планиметрия</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Треугольник.</li> <li>2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.</li> <li>3. Трапеция.</li> <li>4. Окружность и круг.</li> <li>5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника.</li> <li>6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника.</li> <li>7. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>2. Прямые и плоскости в пространстве</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых.</li> <li>2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.</li> <li>3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства.</li> <li>4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах.</li> <li>5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.</li> <li>6. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.</li> </ol>

	<p style="text-align: center;"><b>3. Многогранники</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.</li> <li>2. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде.</li> <li>3. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида.</li> <li>4. Сечения куба, призмы, пирамиды.</li> <li>5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>4. Тела и поверхности вращения</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.</li> <li>2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка</li> <li>3. Шар и сфера, их сечения.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>5. Измерение геометрических величин</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.</li> <li>2. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.</li> <li>3. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника.</li> <li>4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями.</li> <li>5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.</li> <li>6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы.</li> <li>7. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>6. Координаты и векторы</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве.</li> <li>2. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы.</li> <li>3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число.</li> <li>4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.</li> <li>5. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.</li> <li>6. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.</li> </ol>
<p style="text-align: center;"><b>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>1. Элементы комбинаторики</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поочередный и одновременный выбор.</li> <li>2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>2. Элементы статистики</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Табличное и графическое представление данных.</li> <li>2. Числовые характеристики рядов данных.</li> </ol>
	<p style="text-align: center;"><b>3. Элементы теории вероятностей</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вероятности событий.</li> <li>2. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.</li> </ol>



#### 4. Ресурсное обеспечение

Любые учебники по математике для учащихся, входящие в ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего, среднего профессионального образования.

##### Сайты:

<https://alexlarin.net/>

<https://mathb-ege.sdangia.ru/>

<https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/>

##### Книги:

1. ЕГЭ 2020. Математика. Базовый уровень. 10 вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. Типовые тестовые задания -М., 2020. -64 с.

2. ЕГЭ 2020. Математика. 14 типовых вариантов заданий. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В. -М., 2020. -80 с.

3. ЕГЭ 2020. Математика. 36 типовых вариантов заданий. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В. -М., 2020. -192 с.

4. ЕГЭ 2020. Математика. 50 типовых вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. \_Базовый уровень -М., 2020. — 264 с.

5. Математика. Подготовка к ЕГЭ 2020. Базовый уровень. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -272 с.

6. ЕГЭ 2020. Математика. Тренировочные варианты. Мирошин В.В. \_Базовый уровень -М., 2019. -192 с.

7. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 10 вариантов заданий. Ященко И.В. и др.. Типовые тестовые задания -М., 2020. -64 с.

8. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 14 типовых вариантов заданий. Ященко И.В. и др. -М., 2020. -72 с.

9. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 20 вариантов. Тематическая рабочая тетрадь. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -296 с.

10. ЕГЭ 2020. Математика. 36 вариантов. Профильный уровень. Типовые экзаменационные задания. Ященко И.В. и др. -М., 2020. -168 с.

11. ЕГЭ 2020. Математика. 50 типовых вариантов заданий. Под ред. Ященко И.В. \_Профильный уровень М.: 2020. — 232 с.

12. ЕГЭ 2020. Математика. 4000 задач с ответами. Все задания «Закрытый сегмент». Под ред. Ященко И.В. \_Базовый и профильный уровни -М., 2020. -704 с.

13. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2020 г. Профильный уровень. Ященко И.В., Шестаков С.А. -М., 2020. -240 с.

14. ЕГЭ 2020. Математика. 100 баллов. Профильный уровень. Практическое руководство. Ерина Т.М. -М., 2020. -352 с.

15. ЕГЭ 2020. Математика. Эксперт. Профильный уровень. Лаппо Л.Д., Попов М.А. -М., 2020. -336 с.

16. ЕГЭ 2020. Математика. Решение задач. Мирошин В.В., Рязановский А.П. \_Профильный уровень -М., 2019. -496 с.

17. ЕГЭ 2020. Математика. 1000 задач с ответами и решениями. Все задания части 2. Сергеев И.Н., Панферов В.С. \_Профильный уровень -М., 2020. -336 с.

18. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. Задания с развернутым ответом. Садовничий Ю. В. -М., 2020. -656 с.

Здесь можно посмотреть содержание книг:

<https://may.alleng.org/edu/math3.htm>

<https://co8a.me/posobege2020/>

## 5. Методические указания для поступающих по освоению программы испытания (пример тестовых заданий с ответами, которые могут быть предоставлены при тестировании, с пояснениями для решения)

Вступительное испытание по математике проводится для абитуриентов в форме тестирования. Тест состоит из двух частей, содержащих 20 заданий, проверяющих знания по математике в соответствии с ФГОС основного общего образования (5 – 9 кл.), ФГОС среднего общего образования (10 – 11 кл.), ФГОС среднего профессионального образования.

Часть 1 состоит из десяти заданий. Эта часть экзаменационной работы относится к типу заданий с выбором правильного ответа из четырёх предложенных. В ответе на задания части 1 указывается только номер выбранного ответа.

Часть 2 состоит из десяти заданий, предусматривающих решение задачи и получение числового ответа, который необходимо ввести. Примеры задания №3 части 2 приведены отдельно в конце.

### Пример тестовых заданий (Решение заданий частей 1 и 2 приведены ниже).

#### ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 необходимо выбрать правильный вариант ответа

**А1.** Найдите значение выражения  $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4}$ .

- 1) -5    2) 5    3) 5,75    4)  $6\frac{1}{3}$

**А2.** Найдите значение выражения  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$

- 1) 25    2) 125    3) 5    4)  $125^{0,1152}$

**А3.** Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 80 рублей за одну штуку и продаёт с наценкой 60%. Сколько рублей будут стоить 2 такие погремушки, купленные в этом магазине?

- 1) 128    2) 96    3) 280    4) 256

**А4.** Теорему косинусов можно записать в виде  $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $\gamma$  — угол между сторонами  $a$  и  $b$ . Пользуясь этой формулой, найдите величину  $\cos \gamma$ , если  $a = 7$ ,  $b = 10$  и  $c = 11$ .

- 1) 0,4    2)  $\frac{3}{35}$     3) 0,2    4) 2

**А5.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}}$

- 1) 1    2) 0,5    3) 0,74    4) 0

**А6.** Для ремонта требуется купить 23 лампочки. Каждая лампочка стоит 37 рублей. Сколько рублей сдачи получит покупатель, давший кассиру 1000 рублей за такую покупку?

- 1) 1,18    2) 4    3) 940    4) 149

**А7.** Найдите корень уравнения  $36^{x-5} = \frac{1}{6}$ .

- 1) 2) 2) 7) 3) 4,5) 4) 3)

**A8.** Квартира состоит из комнаты, кухни, коридора и санузла. Кухня имеет размеры 3 м на 3,5 м, санузел — 1 на 1,5 м, длина коридора — 5,5 м. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.

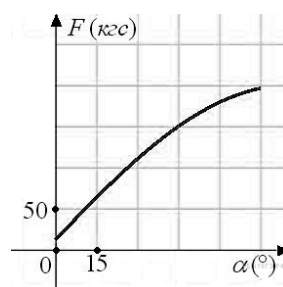
- 1) 14,5) 2) 14) 3) 11,56) 4) 19,25)



**A9.** На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

- 1) 0,98) 2) 0,80) 3) 0,2) 4) 0,99)

**A10.** В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



- 1) 45) 2) 15) 3) 50) 4) 75)

## ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий В1 – В10 (кроме В3) введите полученное число. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

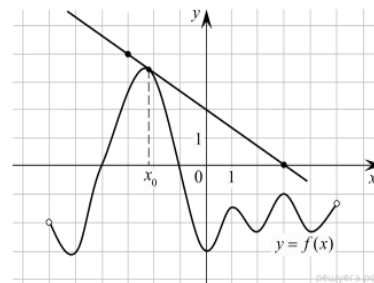
**Должно получиться только одно число.**

**В1.** Решите уравнение  $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$ .

**В2.** Найдите значение выражения  $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$ .

**В3.** Нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Примеры задания приведены отдельно после решений других заданий.

**В4.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 6f(x) - 3x$  в точке  $x_0$ .



**В5.** Найдите корень уравнения  $\frac{6}{x^2 + 2} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

**В6.** Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .

**В7.** Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$ .

**В8.** Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

**В9.** Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.

**В10.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  — середина ребра  $AA_1$ , точка  $L$  — середина ребра  $A_1 D_1$ , точка  $M$  — середина ребра  $A_1 B_1$ . Найдите угол  $MLK$ . Ответ дайте в градусах.

### Решение

#### ЧАСТЬ 1

**A1.** Найдите значение выражения  $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4}$ .

**Решение.** Найдём значение выражения:  $\frac{4}{11} : \left(-\frac{16}{33}\right) + 5\frac{3}{4} = -\frac{4 \cdot 33}{11 \cdot 16} + 5\frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + 5\frac{3}{4} = 5$ .

**Ответ: 5.**

**A2.** Найдите значение выражения  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$

**Решение.** Выполним преобразования:  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36+2 \cdot 0,32} = 5^1 = 5$ .

**Ответ: 5.**

**A3.** Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 80 рублей за одну штуку и продаёт с наценкой 60%. Сколько рублей будут стоить 2 такие погремушки, купленные в этом магазине?

**Решение.** Одна погремушка в этом магазине будет стоить  $80 \cdot 1,6 = 128$  рублей. Значит, две погремушки будут стоить  $128 \cdot 2 = 256$  рублей.

**Ответ: 256.**

**A4.** Теорему косинусов можно записать в виде  $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ , где  $a, b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $\gamma$  — угол между сторонами  $a$  и  $b$ . Пользуясь этой формулой, найдите величину  $\cos \gamma$ , если  $a = 7, b = 10$  и  $c = 11$ .

**Решение.** Подставим переменные в формулу:

$$\cos \gamma = \frac{7^2 + 10^2 - 11^2}{2 \cdot 7 \cdot 10} = \frac{49 + 100 - 121}{140} = \frac{28}{140} = 0,2.$$

**Ответ: 0,2**

**A5.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}}$

**Решение.** Найдём значение выражения:  $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 35}{7 \cdot 55}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 11 \cdot 5}} = \sqrt{1} = 1$ .

**Ответ: 1.**

**А6.** Для ремонта требуется купить 23 лампочки. Каждая лампочка стоит 37 рублей. Сколько рублей сдачи получит покупатель, давший кассиру 1000 рублей за такую покупку?

**Решение.** Цена покупки составит  $23 \cdot 37 = 851$  руб., сдача составит 149 руб.

**Ответ: 149.**

**А7.** Найдите корень уравнения  $36^{x-5} = \frac{1}{6}$ .

**Решение.** Перейдем к одному основанию степени:

$$36^{x-5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6^{2(x-5)} = 6^{-1} \Leftrightarrow 2x - 10 = -1 \Leftrightarrow x = 4,5.$$

**Ответ: 4,5.**

**А8.** Квартира состоит из комнаты, кухни, коридора и санузла. Кухня имеет размеры 3 м на 3,5 м, санузел — 1 на 1,5 м, длина коридора — 5,5 м. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.

**Решение.** Найдём площадь всей квартиры:  $S_{\text{квар}} = 4,5 \cdot 7 = 31,5$ .

Найдём площадь комнаты:

$$S_{\text{комн}} = 31,5 - (3 \cdot 3,5 + 1,5 + 5,5) = 31,5 - 17,5 = 14.$$

**Ответ: 14.**

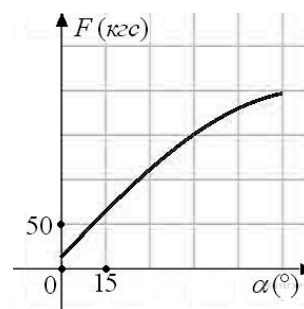
**А9.** На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

**Решение.** Пусть завод произвел  $n$  тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок:  $0,9n + 0,2 \cdot 0,1n = 0,92n$  тарелок. Поскольку качественных из них  $0,9n$ , вероятность купить качественную тарелку равна

$$\frac{0,9n}{0,92n} = \frac{90}{92} \approx 0,98.$$

**Ответ: 0,98.**

**А10.** В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



**Решение.** Из графика видно, что сила натяжения достигает 150 кгс при угле наклона 45 градусов.

**Ответ: 45.**

## ЧАСТЬ 2

**В1.** Решите уравнение  $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$ .

**Решение.**

Перейдем к одному основанию степени:

$$2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x} \Leftrightarrow \frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0,4 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{3+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^1 \Leftrightarrow 3+x=1 \Leftrightarrow x=-2.$$

**Ответ: -2.**

**В2.** Найдите значение выражения

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3},$$

если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$ .

**Решение.**

Способ 1:  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5 \Leftrightarrow \sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$ . Тогда:

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 \cos \alpha - 10 \cos \alpha + 15}{-5 \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{15}{3} = 5.$$

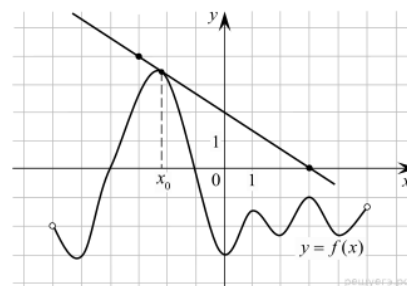
Способ 2: Поделим числитель и знаменатель дроби на  $\cos \alpha$ :

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 + 4 \operatorname{tg} \alpha + \frac{15}{\cos \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha + 5 + \frac{3}{\cos \alpha}} = \frac{10 - 10 + \frac{15}{\cos \alpha}}{-5 + 5 + \frac{3}{\cos \alpha}} = 5.$$

**Ответ: 5.**

**В3.** Решения задания приведены в конце после решений других заданий.

**В4.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 6f(x) - 3x$  в точке  $x_0$ .



**Решение.**

Найдём производную функции  $g(x)$ :  $g'(x) = 6 \cdot f'(x) - 3$ .

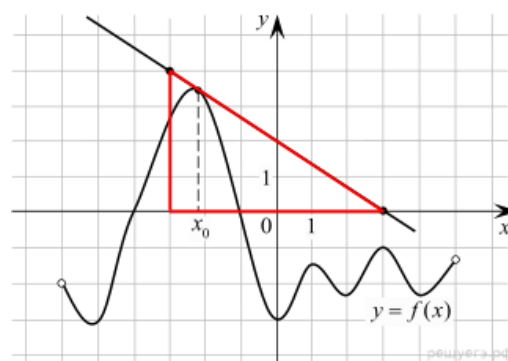
По рисунку найдём значение  $f'(x_0)$ . Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который, в свою очередь, равен тангенсу угла наклона данной

касательной к оси абсцисс. Поэтому  $f'(x_0) = -\frac{2}{3}$ .

Тогда для искомого значения получаем

$$g'(x_0) = 6 \cdot f'(x_0) - 3 = 6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 3 = -7.$$

**Ответ: -7.**



**В5.** Найдите корень уравнения  $\frac{6}{x^2+2} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

**Решение.**

Последовательно получаем:  $\frac{6}{x^2+2} = 1 \Leftrightarrow x^2+2=6 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=-2. \end{cases}$

**Ответ: 2.**

**В6.** Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180 - 17)^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{-5 \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5$ .

**Ответ: -5.**

**В7.** Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{1/2} 2^2 = -1 - 2 = -3$ .

**Ответ: -3.**

**В8.** Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.**

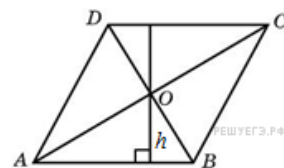
К моменту первого обгона мотоциклист за 10 минут проехал столько же, сколько велосипедист за 40 минут, следовательно, его скорость в 4 раза больше. Поэтому, если скорость велосипедиста принять за  $x$  км/час, то скорость мотоциклиста будет равна  $4x$ , а скорость их сближения —  $3x$  км/час.

С другой стороны, второй раз мотоциклист догнал велосипедиста за 30 минут, за это время он проехал на 30 км больше. Следовательно, скорость их сближения составляет 60 км/час.

Итак,  $3x = 60$  км/час, откуда скорость велосипедиста равна 20 км/час, а скорость мотоциклиста равна 80 км/час.

**Ответ: 80.**

**В9.** Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



**Решение.**

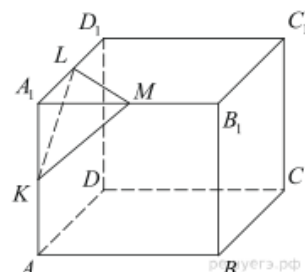
Заметим, что сторона ромба равна 50. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Пусть  $OB = 3x$ , тогда  $AO = 4x$ . По теореме Пифагора  $AO^2 + OB^2 = AB^2$ , поэтому  $25x^2 = 2500$ , откуда  $x = 10$ . Тогда для высоты

треугольника  $AOB$  имеем  $h = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = \frac{12x}{5} = \frac{12 \cdot 10}{5} = 24$ .

Следовательно, высота ромба равна  $2h = 48$ .

**Ответ: 48.**

**В10.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  — середина ребра  $AA_1$ , точка  $L$  — середина ребра  $A_1 D_1$ , точка  $M$  — середина ребра  $A_1 B_1$ . Найдите угол  $MLK$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

Стороны сечения  $KM$ ,  $KL$ , и  $LM$  равны как гипотенузы равных прямоугольных треугольников  $A_1KM$ ,  $KLA_1$ , и  $LA_1M$ , которые равны друг другу по двум катетам. Таким образом, треугольник  $LKM$  является равносторонним. Поэтому угол  $MLK$  равен  $60^\circ$ .

**Ответ: 60.**

### Задание В3

**Пример 1.** Дана функция полезности  $u = x + 2\sqrt{y}$ . Тогда кривая безразличия задается уравнением ...

- 1)  $2x\sqrt{y} = C$       2)  $\frac{x}{2\sqrt{y}} = C$       3)  $1 + \frac{1}{\sqrt{y}} = C$       4)  $x + 2\sqrt{y} = C$

**Решение:** Кривая безразличия – это множество точек  $\{x, y\}$ , для которых функция полезности константа. То есть,  $x + 2\sqrt{y} = C$

**Ответ: 4)**  $x + 2\sqrt{y} = C$

**Пример 2.** Дана мультипликативная производственная функция  $1,281K^{0,54}L^{0,48}$ . Тогда коэффициент эластичности по капиталу равен...

- 1) 0,54      2) 0,48      3) 1,02      4) 1,281

**Решение:** Коэффициент эластичности по капиталу вычисляется по формуле  $E_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y}$ . Тогда  $E_K = \frac{1,281 \cdot 0,54 \cdot K^{-0,46} \cdot L^{0,48}}{1,281 \cdot K^{-0,46} \cdot L^{0,48}} = 0,54$

**Ответ: 1)**

**Пример 3.** Производственная функция задается как  $Y = 3,4K^{0,5}L^{0,5}$ , где  $K$ -капитал,  $L$ -труд. Тогда предельный продукт труда  $\frac{\partial Y}{\partial L}$  при  $K=60$ ,  $L=960$  равен...

- 1) 0,425      2) 6,8      3) 0,25      4) 0,0625

**Решение:** Предельный продукт труда вычисляется по формуле  $M_L = \frac{\partial Y}{\partial L}$ . Тогда  $M_L = 3,4 \cdot 0,5 \cdot K^{0,5} \cdot L^{-0,5} = 1,7 \sqrt{\frac{K}{L}}$ . Подставим  $K=60$ ,  $L=960$ , тогда  $M_L = 1,7 \sqrt{\frac{60}{960}} = \frac{1,7}{4} = 0,425$

**Ответ: 1)**

**Пример 4.** Даны функции спроса  $q = \frac{p+10}{p+1}$  и предложения  $s = 2p+3,5$ , где  $p$ -цена товара. Тогда равновесная цена равна...

- 1) 5,5      2) 1      3) 16,5      4) 10

**Решение:** Равновесная цена – это такое значение переменной  $p$ , при котором спрос равен предложению, то есть  $q=p$ , значит нужно решить уравнение  $\frac{p+10}{p+1} = 2p + 3,5$ . После преобразования получим квадратное уравнение  $2p^2 + 4,5p - 6,5 = 0$ , его корни  $p=1$  и  $p=-3,25$  (не подходит), значит равновесная цена равна 1.

**Ответ: 2)**

**Пример 5.** Даны функции спроса  $q = \frac{p+10}{p+1}$  и предложения  $s = 2p+3,5$ , где  $p$ -цена товара. Тогда равновесный объем «спроса-предложения» ( $q=s$ ) равен...

- 1) 16,5      2) 1      3) 5,5      4) 10

**Решение:** Вычислим сначала равновесную цену  $p=1$  (см. предыдущий пример), а затем подставим  $p=1$  в функцию спроса (или предложения), тогда равновесный объем равен  $\frac{1+10}{1+1} = \frac{11}{2} = 5,5$ .

**Ответ: 3)**



**Пример 6.** Мультипликативная производственная функция имеет вид  $X = 0,6K^{0,3}L^{0,8}$ , где  $K$  – капитал,  $L$  – труд. Тогда увеличение объема капитала на 1% приведет к увеличению валового выпуска на...

- 1) 0,6%      2) 0,3%      3) 0,8%      4) 1,1%

**Решение:** Экономически коэффициент эластичности по капиталу  $E_K = \frac{\frac{\partial Y}{Y}}{\frac{\partial K}{K}}$ ,  
 $E_K = \frac{0,6 \cdot 0,3 \cdot K^{-0,7} \cdot L^{0,8}}{0,6 \cdot K^{-0,7} \cdot L^{0,8}} = 0,3$ , и показывает, что при изменении стоимости основных фондов на 1%. выпуск продукции возрастет 0,3%.

**Ответ: 2)**

**Пример 7.** Зависимость между издержками производства  $C$  и объемом продукции  $Q$  выражается функцией  $C = 50Q - 0,08Q^4$ . Тогда предельные издержки  $\frac{\partial C}{\partial Q}$  при объеме производства  $Q = 5$  равны...

- 1) 50      2) 4      3) 200      4) 10

**Решение:** Функция предельных издержек выражается производной  $C'(Q) = (50Q - 0,08Q^4)' = 50 - 0,32Q^3$ . Найдем  $C'(5) = 50 - 0,32 \cdot 5^3 = 10$ .

**Ответ: 4)**